SOLUCIONES DE SISTEMAS DE ECUACIONES DIFERENCIALES LINEALES NO AUTONOMAS

Luis Lara

Facultad de Ciencias Exactas Ingeniería y Agrimensura.
Universidad Nacional de Rosario.
Avda. Pellegrini 250, Rosario, Argentina.
e-mail: lplara@fceia.unr.edu.ar

Los sistemas lineales no autónomos se presentan con gran frecuencia en diversos temas de física y matemática entre otras disciplinas. Algunos ejemplos de aplicación aparecen en los métodos de diferencias finitas para ecuaciones diferenciales a derivadas parciales. Otro ejemplo, corresponde a la teoría de sistemas dinámicos; cuando se estudia la estabilidad de las soluciones, se requiere de la ecuación variacional que es un sistema lineal no autónomo [1].

En este trabajo se presenta un método numérico iterativo para determinar la solución de un sistema de n ecuaciones diferenciales ordinarias lineales, no autónomo con valores iniciales. La estructura de cálculo esta basada en la teoría de las ecuaciones diferenciales lineales autónomas [2]. En particular, la estructura analítica del método de integración nos permite dar utilidad a los autovalores de la matriz de estado del sistema. Se demuestra de manera analítica, que la solución converge uniformemente a la solución exacta y se determina el orden del método debido al error local de truncamiento.

A través de evaluaciones numéricas he encontrado que en sistemas no autónomos que poseen soluciones periódicas, el error absoluto respecto a su solución explícita o numérica obtenida con un método de orden superior, es estable y en general significativamente menor que el obtenido mediante el método de Taylor de orden dos [3]. Esta ventaja, permite evaluar la solución un número muy grande de periodos, manteniendo acotado el error de truncamiento. En particular cuando se aplica a un sistema con una matriz de estado constante, la precisión lograda respecto a la solución analítica supera en varios ordenes de magnitud a la obtenida mediante el método de Runge Kutta de cuarto orden. Para sistemas con soluciones no periódicas, la precisión experimental oscila entre los métodos de Taylor de primer y segundo orden en concordancia con la predicción teórica de este trabajo. Se conjetura que el método de integración propuesto es muy apropiado para soluciones periódicas cuando es necesario evaluarlas un número importante de ciclos.

Referencias:

(1) S. Strogatz, *Nonlinear Dynamics and Chaos*, Addison-Wesley, N. Y. (1994).

(2) C. H. Edwards,Jr., David E. Pennney, *Ecuaciones diferenciales elementales y problemas con condiciones en la frontera*, Prentice Hall Hispanoamericana, S.A. , Third edition (1993).

(3) C.Chapra, R.P.Canale, *Métodos Numéricos para Ingenieros*, McGraww-Hill,1999.